024

B.A./B.Sc. SECOND SEMESTER EXAMINATION 2023

MATHEMATICS

MATRICES AND DIFFERENTIAL EQUATIONS & GEOMETRY

Time : 3 Hours Max. Marks : 75

Note : The question paper has Three sections "A" ,"B" and "C" . Answer the questions as per the instructions given in the each section.

नोट : प्रश्नपत्र के तीन खण्ड "अ" "ब" और "स" हैं। प्रत्येक खण्ड में दिये गये निर्देशों के अनुसार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

Section "A"

(Very Short Answer type Questions)

खण्ड-- "अ"

(अतिलघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any seven questions. Answer of each question should not exceed 50 words. 7 x 2

नोटः किन्हीं सात प्रश्नों का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 50 शब्द हैं।

1.1 Separate the real and imaginary parts of $\tan(\alpha+i\beta)$

$\tan(\alpha+i\beta)$ के वास्तविक और काल्पनिक भागों को अलग करें।

1.2 Define Hermitian and skew-Hermitian matrix.

हरमिशिन एवं स्क्यू–हरमिशियन आब्यूह की परिभाषा दीजिये।

1.3 Define characteristic roots and characteristic veetors of a matrix.

कैरेक्टरिस्टिक रूटस एवं कैरेक्टरिस्टिक वेक्टर को परिभाषित करें।

1.4 Solve

कल कीजिए :

P.T.O.

$$\frac{dy}{dx} = e^{ax+by}$$

1.5 Solve

हल कीजिए :

$$p^2 - 5p + 6 = 0$$

1.6 Find the co-ordinate of centre of the conic.

शंकु के केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिये।

$$3x^2 + 4xy + y^2 + 2x + 4y + 3 = 0$$

1.7 Write the relation between the direction cosines of a line.

एक रेखा की दिक–कोज्याओं के बीच संबंध लिखिये।

1.8 Write the equation of a plane perpendicular to a given vector and passing through a given point.

किसी दिये गये सदिश के लंबवत और किसी दिये गये बिन्दु से गुजरने वाले समतल का समीकरण लिखिये।

1.9 Find the radius of the sphere

गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11$$

1.10 Give the defirnition of cylinder.

सिलेंडर की परिभाषा दीजिए।

Section "B"

(Short Answer type Questions)

खण्ड– ''ब''

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

024

Note : Attempt any Five questions. Answer of each question should not exceed 200 words. 5 x 5

नोटः किन्हीं पाँच प्रश्नों का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 200 शब्द हैं।

2. Find the rank of the matrix.

आब्यूह की रैंक ज्ञात कीजिए।

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Show that

दिखाइये कि

$$\log\left(\frac{1}{1-c^{i\alpha}}\right)=\log\left(\frac{1}{2}\,\text{Cosec}\,\frac{\alpha}{2}\right)+i\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)$$

4. Solve

हल कीजिए

$$\frac{dy}{dx}+\frac{x^2+3y^2}{3x^2+y^2}=0$$

5. Solve

024

हल कीजिए

$$\left(D^2+5D+6\right)y=e^{2x}$$

6. Which conic are represented by following curve ? Find the centre (vertex)

कौन से शंकु को निम्नलिखित वक्र द्वारा दर्शाया गया है ? केन्द्र (शीर्ष) खोजिए।

$$x^2-5xy+y^2+8x-20y+15=0$$

7. Find the equation of the plane which is perpendicular to the plane $5x+3y+6z+8=0$ and which contains the line of intersection of the planes x+2y+3z-4=0 and 2x+y-z+5=0.

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिये जो समतल $5x+3y+6z+8=0$ के लम्बवत है और जिसमें समतलों x+2y+3z-4=0 और 2x+y-z+5=0 की प्रतिच्छेदन रेखा है।

8. Prove that the plane x+2y-z=4 cuts the sphere $x^2+y^2+z^2-x+z-2=0$ in a circle of radius unity.

सिद्ध कीजिए कि समतल x+2y-z=4 गोले $x^2+y^2+z^2-x+z-2=0$ को त्रिज्या इकाई के वृत्त में काटता है।

9 Find the equation of right circular cone.

लम्ब वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Section "C"

(Long Answer type Questions)

खण्ड– ''स''

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any Three questions. Answer of each question should not exceed 400 words. 3 x 12

नोटः किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 400 शब्द हैं।

10 By the use of matrices, solve the equations.

आव्युहों का उपयोग करके समीकरणों को हल करें।

$x+y+z=9, 2x+5y+7z=52, 2x+y-z=0$

11 Very caley-Hamilton theorem for the matrix.

आव्यूह के लिये कैली हैमिल्टन प्रमेय को स्त्यापित करें।

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

and find A^{-1}

और A^{-1} ज्ञात कीजिए।

12 Solve the following differential equations

निम्नलिखित अवकलन समीकरणों को हल कीजिए।

(a) $x \cos x \frac{dy}{dx} + (x \sin x + \cos x) y = 1$

(b) $(D^3 + 3D^2 + 2D) y = x^2$

13 (a) Prove that a straight line will always be touched by one and only one conic of confocal system.

सिद्ध कीजिए कि एक सीधी रेखा हमेशा कन्फोकल प्रणाली को एक और केवल एक शंकु द्वारा स्पर्श की जायेगी।

(b) Show that

दिखाइये कि

$\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos\theta$ and और

$\frac{\ell}{r} = -1 + e\cos\theta$

represents the same conic

एक ही शंकु को प्रदर्शित करते हैं।

14 Find the magnitude and equation of the line of shortest distance between the line given below.

निम्नलिखित रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी की रेखा का परिणाम और समीकरण ज्ञात कीजिये।

$\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ and और

$$\frac{x+3}{-3}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-6}{4}$$

15 Find the equation of a cylinder whose generators are parallel to the line $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$

उस सिलेन्डर का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसकी जनक रेखायें, रेखा $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$ के समानान्तर है

and whose guiding cerve is the conic

और जिसका मार्गदर्शक वक्र शंकु

$ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+C=0, z=0$ है

DDDDD